

Ministero dell'Istruzione, dell'Università e della Ricerca - Direzione Generale per la Formazione
Unione Matematica Italiana
Società Italiana di Statistica
Mathesis

Comitato di redazione: Giuseppe Anichini, Ferdinando Arzarello, Lucia Ciarrapico, Ornella Robutti
Liceo Scientifico Statale "A. Vallisneri" Lucca Maggio 2003

MATEMATICA 2003

Attività didattiche e prove di verifica per un nuovo curriculum di Matematica - Ciclo secondario

INTRODUZIONE - LA FORMAZIONE MATEMATICA NELLA SOCIETÀ D'OGGI Giuseppe Casentino - Direttore Generale per la Formazione, MIUR

La collana dei "Quaderni" del MIUR si arricchisce di un nuovo volume dedicato ai docenti della scuola secondaria di secondo grado.

Lo scopo della pubblicazione è duplice:

- contribuire alla formazione e all'aggiornamento dei docenti della scuola italiana;
- dare un'ulteriore testimonianza delle numerose iniziative che il Ministero dell'Istruzione realizza attraverso i protocolli d'intesa stipulati con le varie associazioni disciplinari, in questo caso l'Unione Matematica Italiana, la Società Italiana di Statistica, la Mathesis.

La scuola vive un momento di grandi trasformazioni. Un volume come questo, quindi, è di estrema attualità in quanto offre ai docenti interessanti spunti didattici, soprattutto perché pensato e realizzato da loro colleghi che vivono quotidianamente la difficoltà di tradurre in concrete e fattive proposte didattiche i contenuti delle varie discipline. È fondamentale, infatti, promuovere un insegnamento che coinvolga attivamente gli allievi e produca in loro una crescita culturale, etica e civica, facendone dei cittadini in grado di operare scelte e di prendere decisioni consapevoli e con capacità critica.

Anche a livello internazionale è riconosciuto il contributo fondamentale dell'educazione matematica nella formazione dei giovani, cittadini del domani. Essa, tuttavia, è spesso poco amata, soprattutto per l'immagine non positiva che ne danno i mass-media. Ciò avviene proprio mentre la richiesta di formazione matematica è sempre più diffusa ed avvertita in tutti i Paesi.

Jean-Pierre Bourguignon, Presidente della Società Matematica Europea nel 2000, scriveva che:

"Molti... "oggetti" della matematica sono collegati sia con le componenti più dinamiche dell'economia, in quanto questa nuova presenza è strettamente connessa alle possibilità offerte dai computer, sia con molti altri aspetti dell'organizzazione nella società moderna. Quotidianamente noi usiamo molti oggetti il cui funzionamento è basato su risultati matematici e spesso su quelli più recenti. Nell'attuale società la matematica è sempre presente, ora più che mai, ma di questo non sempre siamo consapevoli, neppure noi matematici".

La frase lancia una sfida ai paesi maggiormente sviluppati e che mirano a un forte avanzamento tecnologico: è soprattutto la scuola che deve farsene concretamente carico.

L'Italia non può non raccogliere questo invito pressante. La scuola ha quindi bisogno di docenti ben preparati in matematica, che siano in grado di avvicinare gli allievi a questa disciplina in modo stimolante ed amichevole.

Vogliamo perciò diffondere questo materiale veicolandolo principalmente su un supporto informatico, ma anche come volume a stampa. In tal modo i docenti interessati potranno accedere con facilità ai suoi contenuti, adattandoli al proprio stile di insegnamento.

Come Direttore Generale per la Formazione del MIUR, desidero ringraziare quanti hanno contribuito alla sua realizzazione e in particolare:

- l'Unione Matematica Italiana, la Società Italiana di Statistica, l'Associazione Mathesis, per il rilevante contributo scientifico offerto,
- gli ispettori Lucia Ciarrapico e Biagio Dibilio, senza i quali questa iniziativa non si sarebbe realizzata,
- il dirigente scolastico del L.S. "A.Vallisneri" di Lucca, prof. Giuseppe Ciri, che ha diretto il corso con la consueta efficienza, e il personale dello stesso Liceo, che ha offerto un efficace sostegno amministrativo e di Segreteria,
- i docenti partecipanti, per i loro preziosi contributi.

Sono certo che il volume arricchirà la professionalità dei docenti e contribuirà a migliorare l'insegnamento della matematica nella scuola italiana.

PRESENTAZIONE
Ferdinando Arzarello, UMI-CIIM
Lucia Ciarrapico, MIUR
Biagio Mario Dibilio, MIUR

Nel luglio 2000 il Presidente dell'Unione Matematica Italiana (UMI), prof. Carlo Sbordone, facendo seguito ad una delibera della Commissione Scientifica dell'Unione, ha insediato una Commissione per lo studio e l'elaborazione di un curriculum di matematica per la scuola primaria e secondaria, adeguato ai mutati bisogni della società del nuovo secolo. Iniziative analoghe sono state avviate anche da associazioni di matematici in Europa e nel mondo, che hanno avvertito le stesse esigenze.

La Commissione è coordinata dal Presidente della CIIM (Commissione Italiana per l'Insegnamento della Matematica), prof. Ferdinando Arzarello, e costituita da docenti sia universitari sia della scuola. In particolare ne fanno parte i membri dell'attuale CIIM e i suoi passati Presidenti.

La Commissione ha deciso di elaborare un curriculum di matematica definendone le conoscenze fondamentali da acquisire, indipendentemente, per quanto riguarda il ciclo secondario, dalla varietà dei suoi indirizzi. È emersa perciò l'idea della "matematica per il cittadino", cioè di un corpus di conoscenze e abilità fondamentali, necessarie a tutti coloro che entrano nell'attuale società, da acquisire secondo una scansione organica articolata nei successivi livelli scolastici.

Sono stati elaborati un curriculum per la scuola primaria e secondaria di primo grado e un curriculum per il ciclo secondario.

Alla conclusione dei lavori, la Commissione ha deciso di promuovere iniziative volte ad illustrare il significato delle scelte operate all'interno del curriculum. In questa prospettiva ha ritenuto che i messaggi da lanciare al mondo degli insegnanti di matematica sarebbero stati meglio compresi attraverso concrete esemplificazioni.

Perciò un gruppo di esperti (ispettori, docenti universitari, insegnanti di scuola, alcuni dei quali membri della Commissione stessa) ha lavorato durante alcuni seminari residenziali svoltisi a Viareggio, alla produzione di un cospicuo numero di esempi di attività didattiche e di suggerimenti per prove di verifica, coerenti con gli obiettivi dei curricula elaborati.

Tale attività è stata realizzata nell'ambito delle finalità previste da un Protocollo d'Intesa, sottoscritto nel 1993 dall'allora Ministero della Pubblica Istruzione e dall'UMI, esteso nel 1999 alla Società Italiana di Statistica, e rinnovato nel 2002 dal MIUR. Scopo dell'intesa è una sempre maggiore qualificazione dell'insegnamento della matematica nella scuola italiana.

Il presente volume è strutturato in due parti: nella prima parte è presentato il curriculum dei primi quattro anni del ciclo secondario, nella seconda sono esposti i relativi esempi di attività in numero di 85.

Le due parti, curricula ed esempi, sono organizzate nel seguente modo.

Il curriculum, preceduto da una *premessa* che individua le linee guida per l'insegnamento della matematica, è strutturato in sette nuclei che individuano le abilità e le conoscenze fondamentali che devono essere acquisite nei primi quattro anni del ciclo secondario. L'esposizione dei curricula è completata da un documento sul Laboratorio di Matematica e su alcuni aspetti metodologici che esprimono il punto di vista emerso nell'ambito della Commissione UMI.

La seconda parte, cui ha collaborato anche la società Mathesis, presenta gli esempi di attività didattica e di elementi di verifica organizzandoli verticalmente in relazione ai vari nuclei previsti nel curriculum. All'inizio di ogni nucleo, prima delle attività, è presente una introduzione, seguita da una tabella riassuntiva delle varie attività relative al nucleo stesso, con il numero della pagina in cui sono collocate. In ogni esempio è comunque indicato il livello scolare più appropriato cui esso si riferisce. Gli esempi proposti sono di vario livello di difficoltà; ovviamente sarà cura dell'insegnante sceglierli secondo le proprie preferenze e adattarli al livello della classe.

PREMESSA

Ferdinando Arzarello

L'educazione matematica deve contribuire, insieme con tutte le altre discipline, alla formazione culturale del cittadino, in modo da consentirgli di partecipare alla vita sociale con consapevolezza e capacità critica. Le competenze del cittadino, al cui raggiungimento concorre l'educazione matematica, sono per esempio: esprimere adeguatamente informazioni, intuire e immaginare, risolvere e porsi problemi, progettare e costruire modelli di situazioni reali, operare scelte in condizioni d'incertezza. La conoscenza dei linguaggi scientifici, e tra essi in primo luogo di quello matematico, si rivela sempre più essenziale per l'acquisizione di una corretta capacità di giudizio. In particolare, l'insegnamento della matematica deve avviare gradualmente, a partire da campi di esperienza ricchi per l'allievo, all'uso del linguaggio e del ragionamento matematico, come strumenti per l'interpretazione del reale e non deve costituire unicamente un bagaglio

astratto di nozioni.

In tal senso la matematica compare in tutto il mondo quale elemento essenziale nella formazione degli allievi a tutti i livelli d'età e qualunque sia il percorso scelto, di istruzione o di formazione, nel ciclo secondario. Purtroppo questa necessità è spesso presentata in forma negativa dai mass-media: la matematica di conseguenza è da molti studiata più per obbligo che per piacere. Per giunta molte persone anche colte giustificano il loro disinteresse con il pretesto, scientificamente infondato, di non avere inclinazione per la materia. Invece la moderna società richiede conoscenze e abilità matematiche sempre più diffuse.

Significativa a questo proposito è la risoluzione approvata all'unanimità nel 1997, in cui la Conferenza generale dell'UNESCO così si esprime:

“...considerata l'importanza centrale delle matematica e delle sue applicazioni nel mondo odierno nei riguardi della scienza, della tecnologia, delle comunicazioni, dell'economia e di numerosi altri campi; consapevole che la matematica ha profonde radici in molte culture e che i più importanti pensatori per migliaia di anni hanno portato contributi significativi al suo sviluppo, e che il linguaggio e i valori della matematica sono universali e in quanto tali ideali per incoraggiare e realizzare la cooperazione internazionale; si sottolinea il ruolo chiave dell'educazione matematica, in particolare al livello della scuola primaria e secondaria sia per la comprensione dei concetti matematici, sia per lo sviluppo del pensiero razionale”.

In questa sfida all'inizio del nuovo millennio l'Italia non può restare indietro. Abbiamo, perciò, bisogno di docenti ben preparati in matematica che avvicinino gli allievi a questa disciplina con curiosità e fantasia.

La formazione del curriculum scolastico non può prescindere dal considerare sia la funzione strumentale, sia quella culturale della matematica: strumento essenziale per una comprensione quantitativa della realtà da un lato, e dall'altro un sapere logicamente coerente e sistematico, caratterizzato da una forte unità culturale. Entrambi gli aspetti sono essenziali per una formazione equilibrata degli studenti: priva del suo carattere strumentale, la matematica sarebbe un puro gioco di segni senza significato; senza una visione globale, essa diventerebbe una serie di ricette prive di metodo e di giustificazione. I due aspetti si intrecciano ed è necessario che l'insegnante li introduca entrambi in modo equilibrato lungo tutto il percorso di formazione. Dentro a competenze strumentali come eseguire calcoli, risolvere equazioni, leggere dati, misurare una grandezza, calcolare una probabilità, è, infatti, sempre presente un aspetto culturale, che collega tali competenze alla storia della nostra civiltà e alla complessa realtà in cui viviamo. D'altra parte, l'aspetto culturale, che fa riferimento a una serie di conoscenze teoriche, storiche ed epistemologiche, quali la padronanza delle idee fondamentali di una teoria, la capacità di situarle in un processo evolutivo, di riflettere sui principi e sui metodi impiegati, non ha senso senza i riferimenti ai calcoli, al gioco delle ipotesi, ai tentativi ed errori per validarle, alle diverse dimostrazioni che evidenziano i diversi significati di un enunciato matematico: essi costituiscono il terreno concreto e vivo da cui le conoscenze teoriche della matematica traggono alimento. Entrambi i tipi di competenze costituiscono, perciò, obiettivi di lungo

termine, cui occorre dare compimento nel corso del ciclo secondario. La loro costruzione completa così un percorso iniziato già nella scuola primaria e nella scuola secondaria di primo grado, realizzando una didattica di tipo elicoidale, che riprende gli argomenti approfondendoli di volta in volta.

Il nesso profondo tra aspetti strumentali e culturali potrà in particolare essere colto dagli alunni attraverso opportune riflessioni storiche, introdotte gradualmente. Essendo per sua natura di carattere critico, la riflessione storica dovrà attendere che i concetti relativi si siano consolidati, in modo da non generare confusione e quindi incertezza negli studenti. È, infatti, importante che non si operino delle forzature, o peggio si inventi una storia inesistente, per adattare le problematiche storiche alle conoscenze degli alunni: la narrazione storica potrà e dovrà essere semplificata, ma non falsata.

Il bambino, e tanto più il giovane, non è una tabula rasa che acquisisce i concetti matematici per pura astrazione. Le ricerche più recenti hanno provato che sono le esperienze ad attivare gli opportuni circuiti cerebrali di cui l'essere umano già dispone. Non si tratta di imporre una matematica dall'esterno, ma di fare evolvere dall'interno la matematica che vive nel nostro corpo. Quindi le intuizioni, le metafore concettuali ecc. non sono un primo vago approccio ai concetti matematici, qualcosa di 'sporco' e scorretto da fare sparire al più presto, ma ne costituiscono un ingrediente fondamentale, che rimane anche a livelli estremi di rigore. Conseguentemente, la matematica deve essere insegnata come un'impresa umana (nel senso ampio di questo termine), non come qualcosa che va contro il nostro essere. Ciò ha conseguenze importanti sia rispetto a molte teorie didattiche sia rispetto al ruolo che i misconcetti e gli errori possono giocare nell'apprendimento.

Con riferimento alla doppia modalità introdotta sopra, i nuclei essenziali su cui costruire le competenze matematiche del giovane proseguono quelli già individuati per il primo ciclo. Pertanto quattro sono i nuclei tematici del curriculum che qui è proposto: essi completano i contenuti dell'educazione matematica avviati negli anni precedenti:

- *Numero e algoritmi;*
- *Spazio e figure;*
- *Relazioni e funzioni;*
- *Dati e Previsioni.*

Rispetto ai Nuclei proposti per il ciclo primario, sono stati aggiunti alcuni temi particolarmente significativi: algoritmi e funzioni, che pure in forma intuitiva trovavamo posto già negli anni precedenti. L'insegnante dovrà cercare di svilupparli unitamente agli altri argomenti in modo coordinato, cogliendo ogni occasione di collegamenti interni e con altre discipline.

Vi sono anche tre nuclei trasversali, centrati sui processi mentali degli allievi, che continuano anch'essi il percorso iniziato fin dalla scuola primaria, con l'aggiunta della parola "dimostrazione", attività chiave della matematica matura:

- *Argomentare, congetturare, dimostrare;*
- *Misurare;*
- *Risolvere e porsi problemi.*

Il primo, che in realtà è un nucleo misto, contiene anche alcuni contenuti di tipo logico e

caratterizza le attività che favoriscono il passaggio dalle nozioni intuitive a forme di pensiero più rigoroso e sistematico, in particolare alla dimostrazione, cuore del pensiero matematico stesso.

Il secondo consente un approccio esperienziale e teorico alle grandezze, in collegamento con le scienze, per ricavare relazioni tra le grandezze esperite e costruire modelli di fenomeni studiati.

Il terzo offre occasioni importanti agli allievi per costruire nuovi concetti e abilità, per arricchire di significati concetti già appresi, per verificare l'operatività degli apprendimenti realizzati in precedenza e per giungere all'uso di modelli matematici in contesti vari.

La proposta è completata da una riflessione sul *Laboratorio di matematica* e da alcune *Indicazioni metodologiche*. Va osservato che il *Laboratorio* non costituisce né un nucleo di contenuto né uno di processo, ma si presenta come una serie di indicazioni metodologiche trasversali, basate sull'uso di strumenti, tecnologici e non, e finalizzate alla costruzione di significati matematici. Il laboratorio di matematica non vuole essere un luogo fisico diverso dalla classe, ma piuttosto un insieme strutturato di attività volte alla costruzione di significati degli oggetti matematici. Il laboratorio, quindi, coinvolge persone, strutture, idee.

Il curriculum è presentato secondo la seguente scansione:

- Primo biennio (classe prima e seconda)
- Secondo biennio (classe terza e quarta).

È già pronto un ulteriore volume, *Matematica 2004*, per la classe quinta, contenente percorsi ed esempi sia di approfondimento sia di consolidamento rispetto alle abilità e conoscenze dei primi quattro anni. Esso conterrà anche un capitolo con suggerimenti per l'uso della storia della matematica nell'insegnamento: esso completa le sintetiche note storiche del presente volume.

Il testo '**Matematica 2003**' è reperibile nei seguenti siti:

Liceo Scientifico "Vallisneri" di Lucca
<http://www.liceo-vallisneri.lu.it/index.htm>

Unione Matematica Italiana
<http://www.dm.unibo.it/umi/>

Prof. Ferdinando Arzarello dell'Università di Torino
<http://www2.dm.unito.it/paginepersonali/arzarello/>